

磨矿动力学研究概述

杨金林,周文涛,蒋林伶,马少健,杨晓静,莫凡
(广西大学 资源与冶金学院,广西 南宁 530004)

摘要:基于磨矿动力学研究现状,论文介绍了 n 阶磨矿动力学方程、总体平衡动力学模型以及基于智能算法的磨矿数学模型等三种磨矿动力学模型,并重点分析了总体平衡动力学模型及其中的破碎函数和选择函数。研究认为,总体平衡动力学模型在国外应用广泛,应用前景良好,但它在国内的研究和应用严重滞后,亟待业界关注研究。

关键词:磨矿动力学;总体平衡模型;破碎函数;选择函数

doi:10.3969/j.issn.1000-6532.2017.04.002

中图分类号:TD921 文献标志码:A 文章编号:1000-6532(2017)04-0004-07

磨矿动力学是指被磨物料的磨碎速率与磨矿时间关系的规律^[1]。通过建立磨矿动力学模型,可分析和预测磨矿中各个粒级的磨矿行为,对实际磨矿情况做出理论上的分析和判断。因此,磨矿动力学研究是磨矿过程模拟和优化的重要研究内容,也是选矿学科重点发展的研究领域之一^[2]。目前,磨矿动力学的建模类型主要有 n 阶磨矿动力学方程、总体平衡动力学模型以及基于智能算法的磨矿数学模型。

1 n 阶磨矿动力学方程

1.1 n 阶磨矿动力学方程的概念

磨矿动力学常用的建模方式是采用类似化学反应动力学模型建模,所得模型为常见的 n 阶动力学(积分)方程^[1]。建立这一方程的基本假设是,磨机内粗颗粒粒级(大于指定粒度的粒级)的消失速度与被磨物料中这些大颗粒所占比率成正比,即:

$$\frac{dR}{dt} = -kR, R = R_0 e^{-kt} \quad (1)$$

$$R = R_0 e^{-kt^n} \quad (2)$$

式中, t 为磨矿时间, R 为经过 t 时间磨矿产物中大于指定粒度的颗粒的产率, R_0 是给料中大于指定粒度的颗粒的产率, k 、 n 为与物料性质和磨矿条件有关的参数,当 $n=1$ 时,如公式(1)所示,为一阶

磨矿动力学方程。 n 值主要取决于物料的均匀性、强度和球荷粒度特性, k 值与磨矿细度有关^[1]。 n 、 k 都跟粒度 d 有关,可写成 d 的函数:

$$k(d) = C_0 + C_1 d^{X_1}, n(d) = A_0 + A_1 d^{X_2} \quad (3)$$

式中, C_0 、 C_1 、 A_0 、 A_1 、 X_1 、 X_2 均为待定系数,取决于被磨物料的性质和磨矿条件。

n 阶磨矿动力学方程是国内研究和应用较广泛的磨矿动力学模型,有关研究重点主要涉及模型参数 n 、 k 的求解及其相互关系研究和应用。

1.2 n 阶磨矿动力学方程的研究现状

段希祥^[3]用石英、方解石和重晶石磨碎分别磨至 2.5 ~ 320 min,建立 n 阶磨矿动力学方程,计算出 n 和 k 值,通过其变化反映出磨碎过程的实际情况:对于同种物料, n 值在粗磨条件下的同种物料随着磨矿粒度减小而变小,细磨下则随着磨矿粒度减小反而增大,而 k 值是随粒度减小而变小;在同一磨矿粒度下随磨矿时间延长 n 值逐渐变小及 k 值逐渐增大。

侯英等^[4]在段希祥教授的基础上,对参数 n 和 k 应用解析几何和偏导数的方法来分析磨矿动力学参数 n 和 k 与磨矿时间的关系以及对磨矿速度的影响,研究表明:在磨矿时间 $t < e^{1/k}$ 时, k 对 R 起主要的影响作用, k 越大则磨矿速度越快;当磨矿时间增加

到 $t > e^{1/k}$ 时, n 对 R 起主要的影响作用, n 越大, 磨矿速度越快。这较完整的解释磨矿动力学参数的意义, 并通过实际试验验证, 结果与理论分析一致。

吴明珠等^[5]采用一阶磨矿动力学方程, 获得参数 k 与球径之间的关系。一般地, k 值愈大, 物料的被磨速度愈快, 则可认为与 k 的最高值相对应的球径就是该粒级最适宜的球径, 从而得出适用于攀枝花钒钛磁铁矿矿石性质的最适宜球径与给料粒度关系的数学模型。陈炳辰教授也曾用参数 k 作为实验室细窄粒级给料磨矿时最适宜球径的判据, 获得适用于东鞍山矿石性质的适宜球径的数学模型。

王力等^[6]通过建立被磨物料的 n 阶磨矿动力学方程, 研究助磨剂对煤沥青的动力学影响, 并对磨矿结果进行预测, 得出最合适的助磨剂。

通过对 n 阶磨矿动力学方程的研究, 分析和评价各个操作条件对磨机的实际工作情况的影响, 可为择最佳的磨矿操作条件提供依据。显然, 如果矿石中各组成矿物的硬度、密度、脆性等性质差异不大, 各组成矿物在被磨过程中相互影响较小, 则 n 阶磨矿动力学方程的基本假设可成立。

2 总体平衡动力学模型

2.1 总体平衡动力学模型的概念

总体平衡动力学模型是基于总体平衡模型建立的动力学模型。众所周知, 磨矿是固体物料总体平均粒度减小的过程, 就某一具体粒级而言, 在磨矿过程中, 它可能被磨碎而致粒度减小进入较细的粒级, 从而使该粒级的颗粒总量减少(称为该粒级颗粒的消失); 同样, 比之更粗的颗粒也可能被磨碎而进入该粒级, 从而使该粒级的颗粒总量上升(以下称此现象为该粒级颗粒的生成)。总体平衡模型(Population Balance Model)就是基于这一现象, 按照物料平衡原理, 假定物料连续输入和输出情况下, 考虑某一粒级颗粒数量的变化取决于大于该粒级的颗粒破裂产生这一粒级的数量、给料中输入的数量、排料输出的数量以及该粒级自身破碎的数量, 而建立的磨矿数学模型。因此, 磨矿总体平衡模型所反映的就是磨矿过程中某一粒级总量的变化及其总体数量或质量的平衡关系方程。

2.2 磨矿总体平衡模型的研究现状

总体平衡模型是目前应用广泛且具有良好应用前景的磨矿模型。众多学者对其进行了大量的研

究, 包括该模型的建立、在特定条件下的解以及模型在磨矿过程的设计、仿真、优化、控制中的应用。

Esptein^[7]利用统计学原理, 对固体破碎提出两个基本函数: 一个是累积破裂函数, 另一个是破裂概率, 这就是总体平衡模型的基础。他假定破裂函数式规范化的函数, 即 $B(x, y) = B(x/y)$, x, y 分别代表不同的粒度, 则有:

$$\begin{aligned} B(x/y) &\leq 1, x \leq y \\ B(x/y) &= 1, x > y \end{aligned} \quad (4)$$

并且, Esptein 提出他的磨矿数学模型, 如式(5)所示。

$$P_p(x) = P_{p-1}(x) + \int_{y=x}^{x_{\max}} \pi B(x/y) dP_{p-1}(y) \quad (5)$$

式中, $P(x)$ 表示粒度小于 x 的颗粒的质量分数, $p, p-1$ 表示磨矿阶段, π 表示选择破碎的部分。式(5)表明: 在磨矿 p 阶段, 小于粒度 x 的颗粒的质量分数等于上一阶段产生的小于粒度 x 的部分加上在 p 阶段中所有大于粒度 x 的颗粒破裂产生小于粒度 x 的部分。

Sedlatschek 和 Bass^[9]采用一种不同的方式描述磨矿过程, 提出任一粒级的破裂概率取决于该粒级所占的比率的假设, 并通过大量的试验得到证实。使用离散粒度、时间连续的概念, 推导出批次磨矿的数学模型, 如式(6)。

$$\frac{dw_i}{dt} = \left(\sum_{\substack{j=i-1 \\ i>1}}^1 v_{ij} w_j \right) - k_i w_i \quad (6)$$

式中, i, j 表示具有粒度上下限的粒级, w_i 表示粒级 i 的质量分数; v_{ij} 表示单位时间单位质量的粒级 j 破裂生成粒级 i 的质量, 包括了破裂分布函数和破裂速率; k_i 表示粒级 i 因破裂而消失的比率。但其未知系数需要通过解复杂的微分方程而被质疑, Bass 等人在接下来几年里对其实际解进行推导和研究^[8,10]。

Broadbent 和 Callcott^[11-13]发表了一系列有关将矩阵应用到磨矿和分级中的研究, 使用了由 Esptein 提出的破裂函数和破裂概率的概念, 在此基础上将质量—粒度分布分割成有限的间隔, 这与(6)的处理相同, 并首次提出使用破裂分布函数 b_{ij} 。

$$w_i(p) = \sum_{\substack{j=i-1 \\ i>1}}^1 b_{ij} s_j w_j(p-1) + w_i(p-1) - s_i w_i(p-1) \quad (7)$$

式中, b_{ij} 表示粒度 j 破裂后产生粒度 i 的比率; s_i 表示为每个阶段任意粒度选择破裂的比率。与式(6)相比, 式(7)使用的是阶段磨矿的概念, 可直接适用于重复粉碎试验。但其对于破裂函数形式的假设是其主要的缺陷, 所解得的 s 值可能产生负值, 造成仿真结果与实验值相差甚远, 且阶段破裂的概念不符合时间连续的磨矿系统。

若将一个“阶段磨矿”定义为在一个很小的时间间隔 Δt , 用 S 表示单位时间内被选择破碎的比率, 即 $S_i \Delta t = s_i$, 整理得式(8), 这与式(6)表达基本相同。

$$\frac{\Delta w_i}{\Delta t} = \sum_{\substack{j=i-1 \\ i>1}}^1 b_{ij} S_j w_j - S_i w_i \quad (8)$$

Gaudin 和 Meloy^[14] 使用矩阵表达式来作为批次磨矿方程式的解, 批次磨矿涉及到不同的破裂概率和破裂分布函数。Meloy 和 Bergstrom^[15] 继续进行了这项研究, 对几个假设的磨矿回路使用矩阵表达式, 表明每一个分布参数的相对重要性。

1962 年, Gardner 和 Austin^[16-17] 基于 Sedlatschek、Bass、Espstein、Broadbent 和 Callcott 的理念, 推导出一个批次磨矿全矩阵的方程, 见式(9), 并提出两种计算机解法。同时, 他们利用放射性物料的示踪技术来追踪窄粒度的破裂, 微积分方程的迭代解被用于计算产物的粒度分布, 其计算的结果和他们的试验结果一致。这项研究确定了测定该数学模型参数基本性质和使用它们预测试验结果的可能性, 且确定了基本的批次试验方程式是一个符合物料平衡的表达式。

$$P(x, \tau) = P(x, 0) + \int_0^\tau \int_{y=x}^{x_{max}} S(y) B(x, y) \frac{\partial P(y, t)}{\partial y} dy dt \quad (9)$$

式中, τ 表示时间。

K. J. Reid^[10] 在总结前人磨矿质量平衡积分-微分方程基础上, 提出了基于粒度离散的批次磨矿动力学模型及其解析解, 其基本模型见式(5)。Reid 假设物料的破碎符合一阶规律且不同粒度的比破碎速率不同且相互独立, 获得解析解见式(10)。当筛比越接近所定义微分增量其方程越准确。

Reid 在批次磨矿模型上提出相关模型, 连续磨矿涉及到物料中输入磨机的流速、排出磨机的流速和停留时间的问题。连续磨矿的流动性可通过停留时间分布函数 $\varphi(t)$ 来获得, $\varphi(t) dt$ 是指在 $t=0$ 时进

入、在停留时间为 t 到 $t+dt$ 的排出物料的质量分数, 见式(11)。式中, $z_i(t)$ 磨矿时间为 t 时物料中大于粒度 x_i 的质量分数, 这里 $Z_i(\infty)$ 是指稳定状态下, 连续的磨矿系统产物中大于粒度 x_i 的质量分数, 并推导出在一定假设条件下的解析解。

$$\text{当 } i=1 \text{ 时, } w_1 = w_1(0) \exp(-S_1 t) \quad (10-1)$$

$$\text{当 } i=2 \text{ 时, } w_2(t) = w_2(0) \exp(-S_2 t) + \frac{b_{21} S_1 w_1(0)}{S_2 - S_1} \times [\exp(-S_1 t) - \exp(-S_2 t)] \quad (10-2)$$

依此类推……

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i a_{ij} \exp(-S_j t), N \geq i \geq 1$$

$$a_{11} = w_1(0), a_{ij} = \begin{cases} 0, & i < j \\ w_i(0) - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}, & i=j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=j}^{i-1} b_{ik} S_k a_{kj}, & i > j \end{cases} \quad (10-3)$$

$$Z_i(\infty) = \int_0^\infty z_i(t) \varphi(t) dt \quad (11)$$

基本的总体平衡模型也有一定的局限性: 忽略重复破碎; 模型预测产生的误差在长时间磨矿和细粒度中越发明显; 细粒度产生缓冲作用时, 比破碎率随细粒度的累积而减少, 产生非一阶效应。针对其局限性, 相关研究者对其不断改进。

Whiten^[18] 提出理想混合球磨模型, 见式(12)。该模型可看做一般总体平衡模型的另一种表达方式, 是在假定简化基本总体平衡模型对于混合粒度的复杂性的基础上提出来的, 针对的是连续性磨矿过程。理想混合球磨模型使用了一个粒度 i 排出速率函数 d_i , 破裂速率与 d_i 可以由一系列实际的给矿和产物中每个粒度分数来计算, 更便于计算。

$$f_i + \sum_{j=1}^i \frac{a_{ij} r_j p_j}{d_j} = p_i + \frac{r_i p_i}{d_i} \quad (12)$$

式中, f_i 、 p_i 分别为给料和产物中粒度 i 的重量分数, r_i 为粒度 i 的破裂速率, a_{ij} 为表观函数(即破裂分布函数)。

L. G. Austin 等^[19] 提出在基本总体平衡模型的基础上引入一个与时间有关的参数 $\kappa(t)$, 用伪时间法描述比破碎速率函数, 使 $S_i(t) = \kappa(t) S_i(0)$, 解决了磨矿过程中产生的线性时变, 但无法解释由缓冲作用产生的非一阶效应。类似于 L. G. Austin 提出的伪时间法, P. C. Kapur^[20] 在 1972 就提出了相关假

设 $S(x, t) = S(t)T(t)$ 。

之后,有不少研究者在前人的基础上,针对物料的破裂产生非一阶效应的研究及对基本总体平衡模型进行改进,其趋势更符合现实且更适合计算机计算。E. Bilgili 和 B. Scarlett^[21] 提出一个解释非一阶效应的总体平衡模型。该模型中比破裂速率被分解成一个表观破碎率 k_i 和一个描述不同类型非一阶破裂动力学的函数 F_i 。Maxx Capece 等^[22] 在此基础上针对批次磨矿,在 Matlab 环境下开发一个基于完全数值的反演算法,确定非线性总体平衡模型的参数。

综上所述,国外对磨矿总体平衡动力学模型进行了大量研究,相比之下,国内对此研究报导不多,特别是在近十几年来,相关报道较少。吴明珠^[5,23] 用实验室分批磨矿试验方法证明:在粗磨时,总体平衡动力学模型的破裂速度函数 S 与时间无关,只与磨矿条件有关。并在此研究基础上,得出与 S 的最高值相对应的球径就是该粒级的最适宜球径,获得的结果与其建立 n 阶磨矿动力学方程的一致。刘开忠等^[24] 使用总体平衡动力学模型研究石英-方解石和石英-黑钨矿两种混合物料的磨矿特征:混合物料的磨矿动力学行为为非线性;其组分的磨矿动力学行为和均质物料单独磨矿时一样,为线性;且各组分的细粒级具有零阶产出特征。田金星^[25] 借助于总体平衡动力学模型对石墨及其混合物料磨矿时的破裂特性进行研究,采用 B_1 算法,求得参数 S_i 和 $b_{i,j}$ 的值。通过分析石墨单独和在混合物料中的磨矿动力学行为,可知石墨在混合物料中,脉石对石墨破裂特性产生一定的影响,和单独磨矿时相比,石墨的破裂速率增大,且随着较硬脉石组分所占分数的增加,其增加更多。因此,在实际磨矿过程中,可采取控制不同磨矿段的强度来优化磨矿作业。张文军等^[26] 在前人的基础上,利用多混合器串联模型和非线性回归技术处理连续磨矿中停留时间的问题,对球磨机模型的破裂分布函数和选择函数进行估计。王晓丽^[27] 利用批次总体平衡模型对铝土矿的球磨过程进行建模,先对批次表明了铝土矿破碎的非一阶效应,对此提出采用分段线性化对其进行描述,并预测磨矿产物粒度,累积粒度分布的相对误差在 $\pm 5\%$,并在批次磨矿模型的基础上,提出铝土矿的非一阶的连续磨矿破碎速率函数模型和总体平衡模型,对其边界条件进行优化。

2.3 破裂函数与选择函数

2.3.1 破裂函数与选择函数的概念

总体平衡模型有两个基本函数,分别是选择函数和破裂函数。选择函数是指单位时间内粒级 i 发生破裂的概率,又称比破碎速率函数,也有用 k_i 、 r_i 表示。破裂函数一般有两种表示方法,一种是破裂分布函数 b_{ij} ,是指粒级 j 破裂产生粒级 i 的质量分数,又称表观函数,用 a_{ij} 表示;另一种是累积破裂函数 B_{ij} ,是指粒级 j 破裂产生所有小于粒级 i 的质量分数,即 $B_{ij} = \sum_{k=1}^i b_{kj}$ 。

磨矿系统中被磨物料的任意粒级的颗粒总量及其变化在任意时刻都符合总体平衡模型的建立原则,因此,如果将磨矿过程看作是任意粒级颗粒总量随时间而连续变化的过程,则可以按照总体平衡模型的思想构建磨矿总体平衡动力学模型。

对于批次磨矿过程而言,由于没有物料输入和排出,因此,磨机内某一粒级颗粒总量的变化速率就是该粒级颗粒的生产速率与消失速率之差,据此,可建立时间连续、粒度离散的总体平衡模型,其基本形式见式(13)。

$$\frac{dw_i(t)}{dt} = -S_i w_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j w_j(t) N \geq i \geq j \geq 1 \quad (13)$$

式中, $w_i(t)$ 为粒级 i 物料在 t 时刻时的质量比率, S_i 、 b_{ij} 分别为其选择函数和破裂分布函数。

2.3.2 破裂函数与选择函数的研究现状

目前,磨矿总体平衡模型中破裂函数和选择函数两个参数的求法有很多种,包括零阶产出法^[28]、Austin 等人提出的算法^[29-32]、Kapur 的 G-H 算法^[20,33,34]、单粒级冲击破碎试验法^[35-36]等。

零阶产出法是由 Herbst^[42] 等提出的,他们假设磨矿速率为常数,见式(14)。

$$\frac{dP(x, t)}{dt} = \bar{F}(x) \quad (14)$$

式中, $P(x, t)$ 是磨矿时间为 t 时粒度小于 x 的筛下累积产率, $\bar{F}(x)$ 为 x 粒度的零阶累积产率速率常数,假定 $\bar{F}(x) = k_0 (x/x_0)^\alpha$ (这里的 α 、 k_0 为系数, $x_0 = \sqrt{x_1 x_2}$)。在实际计算中,将颗粒粒度离散化处理,结合基本总体平衡模型式(13),可计算出 B_{ij} 值和 S_j 值,并且在较短磨矿时间内有 $B_{ij} S_j = \bar{F}_i$ 。

Austin 和 Luckie^[30] 以单粒级物料短时间内磨

矿数据为基础的算法,是以一阶磨矿动力学方程求出 S_i 值后反算 B_{ij} 值,其中 B_{ij} 值的计算有 B_I 、 B_{II} 、 B_{III} 三种算法,均假定在短时间磨矿,无重复破碎。 B_I 算法是在给料为一个粒级的基础上进行试验和直接计算,较为简便。 B_{II} 算法与零阶产出法的假设相同,即 $B_{ij}S_j = \overline{F_i}$ 。 B_{III} 算法在 Reid 解析解式(11)的基础上,对于第三粒级以上的计算比较复杂,采用将前面粒级的磨矿量用简单的算术平均值来代替,得出 B_{ij} 值求解的通式。在三种算法中, B_I 只适用于特殊情况, B_{III} 较 B_{II} 的精度高。Austin 等^[31-32] 根据试验提出单粒级选择函数和破裂函数计算的公式,分别见式(15)、(16)。

$$\text{干磨时, } S_i = Ax_i^\alpha$$

$$\text{湿磨时, } S_i = S_1 \left(\frac{x_i}{x_0} \right) \quad (15)$$

式中, A, α 为参数。

$$\text{规范化的 } B_{ij} \text{ 值时, } B_{ij} = \varphi \left(\frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1-\varphi) \left(\frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta$$

$$\text{非规范化的 } B_{ij} \text{ 值时, } B_{ij} = \varphi_j \left(\frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1-\varphi_j)$$

$$\left(\frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad (16)$$

式中, φ, β, γ 为参数,其中 β, γ 为 B_{ij} 与粒度关系曲线上的两个斜率, φ 为 γ 所在的直线与最大粒度的交点时 B_{ij} 值。 $\varphi_j = \varphi_1 (x_j/x_1)^{-\delta}$, δ 为参数,一般取 1.5 ~ 2.5。

Kapur^[33-34] 提出 G-H 算法,其基本思想是将总体平衡模型转换成由 G 和 H 两个函数表示,基于式(10)进行泰勒级数展开,目的是采用迭代法和计算机计算 B_{ij} 值和 S_i 值。他采用虚拟数据和实验室数据进行验证,在短时间磨矿时,产生的误差较小。T. J. Napier-Munn^[35] 证实 G-H 算法并不适用非一阶破裂情况下的磨矿。

Whiten 和他的学生 Narayanan^[36] 在研究矿石破碎机中矿石自身和破碎机器各自的贡献时,发现矿石破碎后的粒度分布与比粉碎能(单位质量矿石的破碎输入能量)有关,由此提出了采用单粒级破裂试验估计表观函数(破裂分布函数)的方法,即单粒级冲击破碎试验法。早期的单粒级冲击破碎试验法是使用带绳的双摆锤试验装置,将矿石置于回弹摆锤和冲击摆锤之间,并且紧挨回弹摆锤,然后将冲击摆锤从一定高度下落沿圆周弧线冲击矿石,使其

破裂,对获得的破裂产物进行统计和分析。由于双摆锤试验装置存在着摆锤回弹现象,造成计算冲击能量较为繁琐,计算结果不精确,而且所用的能量和粒级范围较窄,不能满足实际需要^[35]。Brown^[37] 提出采用落重试验法取代双摆锤试验,即使落重物在给定的高度自由落下,冲击单个矿石,对破碎产物进行筛分并分析。落重试验所用的能量和粒级范围相对较宽,且精度较好。JKMRC 在此基础上进行了深入研究,对破碎机、球磨和自磨/半自磨等破磨设备进行了大量的研究,获得了用于研究矿石破裂特性、破磨设备工作过程、破磨设备设计选型及其产物预测的落重试验方法。

可见,总体平衡模型的构建理论完善,模型参数的物理意义明确。目前,各种材料(如矿石、芒果干等)和多种方式(如球磨、棒磨、搅拌磨等)的磨碎行为以及涉及粒度变化的过程(如絮凝、胶体形成、乳化聚合、结晶、纳米材料的合成等)的研究,均以此模型为基础。

3 基于智能算法的磨矿数学模型

选矿的数学模型与模拟本身就是计算机、数学与矿物工程结合的边缘科学。随着计算机应用的推广及建模技术的普及,一系列新的具有智能特征的算法,如遗传算法、神经网络、专家系统、模糊计算、离散单元法等,逐渐应用于各个领域。从上世纪中后期开始,越来越多的智能算法引入到选矿建模,单一或是多种算法融合使用,对其单元工艺或单元组的模型及模拟进行研究,主要是针对破碎、筛分、磨矿、分级的研究,目前已达实用阶段,特别是近十几年,国内的大量学者对其进行研究。

磨矿过程是一个极为复杂的循环系统,影响因素较多,以其主要影响因素为输入变量,利用智能算法来建立磨矿过程的模型,应用 Matlab 等软件对其过程模拟与仿真,建立动态数学建模,设计控制方案,最终实现磨矿分级过程的预测和自动控制以及稳态优化。例如,基于模糊计算来控制磨矿过程,就是把磨矿过程作为“黑箱”,先把人对“黑箱”的操作经验用语言表述成模糊规则,建立相应的模型,让机器根据这些规则模仿人进行操作来实现磨矿分级过程的自动控制。周少军^[38] 针对整个选矿工业流程,考虑原矿品位各磨机矿浆浓度和给料粒度、浮选给料浓度和粒度等因素,利用 C++ 程序设计语言和

Matlab 界面,对铜精矿的精矿品位、回收率、尾矿品位建立神经网络模型并进行预测,预测结果平均准确率达 80% 以上。朱继平等^[39] RBF 网络建立磨矿粒度预测模型并进行预测,获得较好的结果。陈宝宇^[40] 采用 NSGA-II 算法(非支配排序遗传算法)对磨矿过程进行建模,研究磨矿过程的稳态优化。

目前,有关智能算法的研究呈现出三大趋势^[41]:一是理论研究,即深入改进现有的智能算法的理论和应用;二是引入新的算法,即发掘更先进、功能更强大的新型智能算法;三是智能算法的融合,即通过具有不同优势的算法的融合有机融合,形成新的更具优势的算法,增强其适应性。基于智能算法的数学模型涉及到编程等许多计算机知识与自动控制理论,目前主要是从事信息控制的人员在研究。智能算法能很好预报生产过程,可及时排查将出现的隐患以及意外事件,为优化控制磨矿过程提供了简便的手段,在选矿厂的实际生产中具有很大的优点。但不能解释所建立模型的意义,这对于研究磨矿过程来说,是缺乏理论研究性的。

4 结 论

通过对磨矿动力学的研究分析,介绍了 n 阶磨矿动力学方程、总体平衡动力学模型以及基于智能算法的磨矿数学模型等三种磨矿动力学模型,并重点分析了总体平衡动力学模型及其中的破碎函数和选择函数。研究认为,总体平衡动力学模型在国外应用广泛,应用前景良好,但它在国内的研究和应用严重滞后,亟待业界关注研究。

参 考 文 献:

- [1] 陈炳辰. 磨矿原理[M]. 北京:冶金工业出版社,1989. 181-252.
- [2] 国家自然科学基金委员会. 冶金与矿业科学[M]. 北京:科学出版社,1997. 116-132.
- [3] 段希祥. 磨矿动力学参数与磨矿时间的关系研究[J]. 昆明工学院学报,1988,13(5):23-33.
- [4] 侯英,丁亚卓,印万忠,等. 磨矿动力学参数对磨矿速度的影响[J]. 东北大学学报:自然科学版,2013,34(5):708-711.
- [5] 吴明珠,张成名. 磨矿动力学在磨矿操作中的应用[J]. 有色金属:选矿部分,1989:10-15.
- [6] 王力,张常法,张军,等. 助磨剂对煤沥青磨矿动力学的影响[J]. 山东科技大学学报:自然科学版,2008,27(5):23-26.
- [7] B. Epstein. Logarithmico-normal distributions in breakage of solids[J]. *Industr. Engng. Chem.*, 1948, 40:2289-2291.
- [8] L. G. Austin. A review, Introduction to the mathematical description of grinding as a rate process[J]. *Powder Technology*, 1971, 5(1):1-17.
- [9] K. Sedlatschek, L. Bass. Contribution to the theory of milling processes[J]. *Powder Metal. Bull.*, 1953(6):148-153.
- [10] K. J. Reid. A solution to the batch grinding equation[J]. *Chemical Engineering Science*, 1965, 20:953-963.
- [11] S. R. Broadbent, T. G. Callcott. A matrix analysis of processes involving particle assemblies[J]. *Philosophical Transactions of Royal Society of London*, 1956, A249:99-123.
- [12] S. R. Broadbent, T. G. Callcott. Coal breakage processes: I. A new analysis of coal breakage processes[J]. *J. Inst. Fuel*, 1956, 29:524-528.
- [13] S. R. Broadbent, T. G. Callcott. Coal breakage processes: III. [J]. *J. Inst. Fuel.*, 1957, 30:13.
- [14] A. M. Gaudin, T. P. Meloy. Minerals beneficiation-model and a comminution distribution equation for repeated fracture[J]. *Trans. Am. Inst. Min. Engrs.*, 1962, 223:43.
- [15] T. P. Meloy, B. H. Bergstrom. *Proc. 7th Int. Mineral Proc. Congr.*, 1964:19.
- [16] R. P. Gardner and L. G. Austin. A chemical engineering treatment of batch grinding; part I: A radioactive-tracer technique for the determination of breakage functions[J]. *Proceedings of First European Symposium on Size Reduction*, 1962:217-231.
- [17] R. P. Gardner, L. G. Austin. The use of a radioactive tracer technique and a computer in the study of the batch grinding of coal[J]. *Journal of the Institute of Fuel*, 1962, 35:173-177.
- [18] W. J. Whiten. Ball mill simulation using small calculators [J]. *Proceedings AusIMM*, 1976, 258:47-53.
- [19] L. G. Austin, P. Bagga. An analysis of fine dry grinding in ball mills[J]. *Powder Technology*, 1981, 28(1):83-90.
- [20] P. C. Kapur. Self-Preserving size spectra of comminuted particles[J]. *Chemical Engineering Science*, 1972, 27(2):425-43.
- [21] E. Bilgili, B. Scarlett. Population balance modeling of non-linear effects in milling processes[J]. *Powder Technology*, 2005, 153:59-71.
- [22] Maxx Capece, Ecevit Bilgili, Rajesh Dave. Identification of the breakage rate and distribution parameters in a non-linear population balance model for batch milling[J]. *Powder Technology*, 2011, 208:195-204.
- [23] 吴明珠. 总体平衡模型及其应用[A]. 全国第四届粉研

- 工程学术会议论文集[C],北京:中国矿业联合会选矿委员会,1988.69-74.
- [24]刘开忠,翁伟雄,周忠尚.混合物料及其组分的磨矿动力学行为[J].中国矿业,1995,19(4):63-66.
- [25]田金星.石墨及其混合物料的磨矿动力学行为[J].中国有色金属学报,1996,6(4):47-50.
- [26]张文军,周贤渭,张国祥.根据选矿厂数据估计球磨机模型参数的通用程序[J].有色金属,1989,41(3):36-41.
- [27]王晓丽.铝土矿连续球磨过程建模与关键参数优化[D].长沙:中南大学,2011.
- [28]J. A. Herbst, D. W. Fuerstenau. The zero order production of fine sizes in comminution and its implications in simulation[J]. AIME Transactions, 1968, 241:538-548.
- [29]L. G. Austin, P. T. Luckie. Methods for determination of breakage distribution parameters[J]. Powder Technology, 1972, 5(4):215-222.
- [30]L. G. Austin, P. Bagga. An analysis of fine dry grinding in ball mills[J]. Powder Technology, 1981, 28(1):83-90.
- [31]L. G. Austin, P. Bagga, M. Celik. Breakage properties of some materials in a laboratory ball mill[J]. Powder Technology, 1981, 28(2):235-243.
- [32]K. Shoji, S. Lohrasb, L. G. Austin. The variation of breakage parameters with ball and powder loading in dry ball milling[J]. Powder Technology, 1980, 25(1):121-126.
- [33]P. C. Kapur. An improved method for estimating the feed-size breakage distribution functions[J]. Powder Technology, 1982, 33(2):269-275.
- [34]P. Purker, Renu Agrawal, P. C. Kapur. A G-H scheme for back-calculation of breakage rate functions from batch grinding data[J]. Powder Technology, 1986, 45(3):281-286.
- [35]T. J. Napier-Munn. Mineral comminution circuits their operation and optimization[M]. Australia:JKMRC and the University of Queensland Publishing, 2005.
- [36]S. S. Narayanan, W. J. Whiten. Breakage characteristics for ores for ball mill modeling[J]. Proceedings of the Australian Institute of Mining and Metallurgy, 1983, 286:31-39.
- [37]D. Brown. Private Communication, and JKMRC internal reports, 1992.
- [38]周少军.基于ANN的铜炉渣磨矿参数对铜精矿指标影响预测研究[D].武汉:武汉理工大学,2008.
- [39]朱继平,桂卫华,阳春华.基于RBF神经网络的磨矿粒度预测模型[J].计算机测量与控制,2008,16(10):1421-1423.
- [40]陈宝宇.基于NSGA-II算法的磨矿过程稳态优化[D].沈阳:东北大学,2009.
- [41]I. A. Ismail. Automatic signature recognition and verification using principal components analysis[C]. Fifth International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualisation. 2008:5-12.

Review of Grinding Kinetics Research

Yang Jinling, Zhou Wentao, Jiang Linling, Ma Shaojian, Yang Xiaojing, Mo Fan
(School of Resources and Metallurgy, Guangxi University, Nanning, Guangxi, China)

Abstract: Based on the research situation of grinding kinetics, it expounds three grinding mathematical models which are the n-order grinding kinetics equation, population balance dynamic model and intelligent algorithms, and it emphatically introduces the population balance model that includes breakage function and selection function. It is considered that the population balance model is widely used abroad and has good application prospects, but its research and application is seriously lagging behind in China, which urgently needs to be studied extensively and deeply.

Keywords: Grinding kinetics; Population balance model; Breakage function; Selection function